15.11.20

Gruppe 2_7

Franziska Gens

Jana Müller

Clara Schmidt

Aufgabe 3 Kapitel 14.4

Es sei $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ eine beliebige Menge und $\Theta \subset \mathbb{R}^n$ eine lebesguesche Nullmenge mit der charakteristischen Eigenschaft $\lambda_n^*(\Theta) = 0$.

z.z.: $\lambda_n^*(\Omega) = \lambda_n^*(\Omega \cup \Theta)$

Bew: 1. z.z.: $\lambda_n^* \geq \lambda_n^*(\Omega \cup \Theta)$

Bew: $\lambda_n^*(\Omega \cup \Theta) \overset{\text{Subadditivität}}{\leq} \lambda_n^*(\Omega) + \underbrace{\lambda_n^*(\Theta)}_{=0} = \lambda_n^*(\Omega)$

□

2. z.z.: $\lambda_n^*(\Omega) \leq \lambda_n^*(\Omega \cup \Theta)$

Bew: $\Omega \subseteq \Omega \cup \Theta$. Nach Satz 14.4.2 (II) ist eine Überdeckung der Menge $\Omega \cup \Theta$ gleichzeitig eine Überdeckung ihrer Teilmengen, d.h. das äußere Lebesguemaß ist monoton im Sinne von:

$$\lambda_n^*(\Omega) \leq \lambda_n^*(\Omega \cup \Theta)$$

□

$\Rightarrow \lambda_n^*(\Omega) = \lambda_n^*(\Omega \cup \Theta)$

□