

Übungsaufgabe zum Kapitel 16.1

16.1.3 Aufgabe 5

Betrachten Sie die Funktion

$$f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{vermöge } f(x) = 1 \text{ auf } [0, 1].$$

Ermitteln Sie die Youngsche Unter- und Obersumme für eine selbst gewählte Zerlegung

$\mathcal{R} = \mathcal{R}_1 \cup \mathcal{R}_2 \cup \mathcal{R}_3$ von $\mathcal{R} = [0, 1]$ in disjunkte und Lebesguemessbare Mengen \mathcal{R}_k , $k=1, 2, 3$.

Wähle \mathcal{R}_k , $k=1, 2, 3$ wie folgt:

$$\mathcal{R}_1 = [0, \frac{1}{3}], \quad \mathcal{R}_2 = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}), \quad \mathcal{R}_3 = [\frac{2}{3}, 1]$$

Nach 14.5.3 (Lebesguemessbarkeit von abgeschlossenen und offenen Mengen) sind die \mathcal{R}_k , $k=1, 2, 3$ Lebesguemessbar.

Bilde nun Youngsche Unter- und Obersumme:

$$\sum_{k=1}^3 \inf f(x) l_k^*(\mathcal{R}_k) = 1 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} = \underline{1}$$

$$\sum_{k=1}^3 \sup f(x) l_k^*(\mathcal{R}_k) = 1 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} = \underline{1}$$

Lea Reinheimer

Jessica Schilling

Florian Weinheimer

Unter-
summe

Ober-
summe