

Lösung zu Aufgabe 7, Abschnitt 14.2

Eine mögliche Lösung folgt mit dem Satz aus Paragraph 14.2.2:

$$\Omega = [0, 1]^2 \cap \mathbb{Q}^2,$$

$$\text{d.h. } \overset{\circ}{\Omega} = \emptyset, \quad \bar{\Omega} = [0, 1]^2$$

unter Beachtung der Dichtigkeit der Punkte mit rationalen bzw. mit irrationalen Koordinatenpaaren. Es folgen

$$\lambda_*(\Omega) = \lambda_*(\overset{\circ}{\Omega}) = 0,$$

$$\lambda^*(\Omega) = \lambda^*(\bar{\Omega}) = 1,$$

d.h. $\lambda_*(\overset{\circ}{\Omega}) = \lambda_*(\emptyset) = 0$ nach der ersten Bemerkung aus Paragraph 14.2.1 und $\lambda^*(\bar{\Omega}) = \lambda^*([0, 1]^2) = 1$ nach Punkt (ii) des Satzes aus Paragraph 14.2.2. Es ist also

$$\lambda_*(\Omega) \neq \lambda^*(\Omega),$$

d.h. Ω ist nicht Jordanmessbar. \square