

## 14.4. Lebesguemessbare Mengen

Anna Loch  
Adina Reichert  
Zeki Aydin

### Aufgabe 7

Beweisen Sie, dass folgende abzählbare Menge  $\Omega = \{x_1, x_2, \dots\} \subset \mathbb{R}^n$  Lebesguemessbar ist und bestimmen Sie ihr äußeres Lebesguemaß. Wenden Sie ihr Resultat auf die Menge  $\Omega = [0, 1] \cap \mathbb{Q}$  an.

Bew.:

$$\Omega = \bigcup_{k=1}^{\infty} \{x_k\} \rightsquigarrow \ln^*(\Omega) = \ln^*\left(\bigcup_k \{x_k\}\right) \leq \sum \ln^*(\{x_k\}) = 0.$$

$\Rightarrow \Omega$  ist Lebesguemessbar mit  $\ln^*(\Omega) = 0$

Sei  $\{a_n | n \in \mathbb{N}\}$  eine Abzählung von  $\Omega = [0, 1] \cap \mathbb{Q}$   
( $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^n$  ist abzählbar)  $\Rightarrow \ln^*(\Omega) = 0$