

## Aufgabe 2 zu 16.4.5.

Geben Sie ein Gegenbeispiel für den Fall, dass die Funktion  $f(x)$  aus Satz 16.4.2. beliebige Werte in  $\overline{\mathbb{R}}$  annimmt.

Lösung:

Sei  $f: [-a, a] \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$  mit  $a \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -f(-x)$  ungerade Funktion

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int_{[-a, a]} f(x) d\lambda_n(x) &= \int_{-a}^a f(x) dx = \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = \int_{-a}^0 -f(-x) dx + \int_0^a f(x) dx \\ &= \int_a^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = \int_a^a f(x) dx = 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  für nicht nichtnegative Funktionen ist die Aussage falsch!  $\heartsuit$

von Gregor Hagenhahn, Gabriel Klacutke und Antonio Lapper