Gruppe 1 Aufgabe 1

Andre, Patrick Blanc

(3)

i) $f^{(n)}(x) = 1 - x^n \quad x \in [0,1]$

$$\lim_{n\to\infty} 1 - x^n = \begin{cases} 0 & \text{falls } x = 1 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

ii)

$$\int_{[0,1]} f(x)\, d\ell(x) = \sum_{n=1}^{2} c_n \ell_1^*(\Omega_n) \quad \text{mit } \Omega_1 = [0,1) \quad \Omega_2 = \{1\}$$

$c_1 = 1 \quad c_2 = 0$

$$= 1 \cdot \ell_1^*(\Omega_1) + 0 \cdot \ell_1^*(\Omega_2) = 1$$

iii)

$$\lim_{n\to\infty} \int_{[0,1]} f^{(n)}(x)\, d\ell_1(x) = \int_{[0,1]} \lim_{n\to\infty} f^{(n)}(x)\, d\ell_1(x) = \int_{[0,1]} f(x)\, d\ell_1(x) = 1$$

=> Gleichheit folgt aus Satz der monotonen Konvergenz.