

Aufgabe 2 Abschnitt 17.4 Max Befort, Kira Drebes, Pauline Mies

Begründen Sie, weshalb  $\|\cdot\|_1$  aus Paragraph 17.4.2 keine Norm auf  $\mathcal{L}^1(\Omega)$  darstellt.

Auf dem Raum  $\mathcal{L}^1(\Omega)$  ist

$$\|f\|_1 = \int_{\Omega} |f(x)| d\mu(x)$$

eine Halbnorm. Die Eigenschaft der Definitheit, also dass

$$\|f\|_1 = 0, \text{ dann auch } f=0$$

ist nicht erfüllt.

Gegenbeispiel: Sei  $f \neq 0$  die charakteristische Funktion.

Also  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{R}^n \cap \Omega \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$  mit  $f: \mathbb{R}^n \supseteq \Omega \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$

$f$  ist damit fast überall 0  $\xrightarrow{16.4.2}$   $\|f\|_1 = 0$  aber mit  $f \neq 0$

$\Rightarrow \|\cdot\|_1$  stellt keine Norm auf  $\mathcal{L}^1(\Omega)$  dar.