

Gruppe 2: Abgabe 2

Lisa Seemann,
Theresa Jürgens,
Sophrine Keller

19.3 #6

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, stetige Abb.,
 $C \subset \mathbb{R}^n$ reguläre Kurve mit regulärer Kurvenparametrisierung
 $\gamma \in C^1([a, b], \mathbb{R}^n)$

$$\text{z.z.: } \left| \int_{\gamma} \langle f(x), dx \rangle \right| \leq \max_{t \in [a, b]} \|f(\gamma(t))\|_2 \cdot \int_a^b \sqrt{\dot{\gamma}_1(t)^2 + \dots + \dot{\gamma}_n(t)^2} dt$$

$$\text{B: } \left| \int_{\gamma} \langle f(x), dx \rangle \right| \stackrel{\text{Def}}{=} \left| \int_{\gamma} \{f_1(x) dx_1 + \dots + f_n(x) dx_n\} \right|$$

$$\stackrel{\text{Def}}{=} \left| \int_a^b \langle f(\gamma(t)), \dot{\gamma}(t) \rangle dt \right|$$

$$\stackrel{\text{D-Ungl.}}{\leq} \int_a^b |\langle f(\gamma(t)), \dot{\gamma}(t) \rangle| dt$$

$$\stackrel{\text{C.S.}}{\leq} \int_a^b \|f(\gamma(t))\|_2 \cdot \|\dot{\gamma}(t)\|_2 dt$$

$$\leq \int_a^b \max_{t \in [a, b]} \|f(\gamma(t))\|_2 \cdot \|\dot{\gamma}(t)\|_2 dt$$

$$= \max_{t \in [a, b]} \|f(\gamma(t))\|_2 \cdot \int_a^b \|\dot{\gamma}(t)\|_2 dt$$

$$= \max_{t \in [a, b]} \|f(\gamma(t))\|_2 \cdot \int_a^b \sqrt{\dot{\gamma}_1(t)^2 + \dots + \dot{\gamma}_n(t)^2} dt$$