13.4 Aufgabe 16

Julian Lang, Philipp Köter & Dominik Lescher

Betrachte folgende Parametrisierung des Kreiszylinders

$X(u,v) = (\cos(u), \sin(u), v)$, $(u,v) \in [0,2\pi) \times [0,1]$

(i) Berechne die Matrix der 1. Fundamentalform

$I(x) := (g_{ij})_{i,j=1,2} \subset \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit $g_{ij}(u,v) = \langle X_{u^i}(u,v), X_{u^j}(u,v) \rangle$

und $u^1 = u$, $u^2 = v$

- $X_u = (-\sin(u), \cos(u), 0)$, $X_v = (0,0,1)$

$g_{11} = \langle X_u(u,v), X_u(u,v) \rangle = \sin^2(u) + \cos^2(u)$

$g_{12} = g_{21} = \langle X_u(u,v), X_v(u,v) \rangle = 0$

$g_{22} = \langle X_v(u,v), X_v(u,v) \rangle = 1$

$\rightarrow I(x) = \begin{pmatrix} \sin^2(u)+\cos^2(u) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(ii) Vergleiche die 1. Fundamentalform mit der 1. Fundamentalform von $X(u,v) = (u,v,0)$, $(u,v) \in \mathbb{R}^2$ (aus Aufgabe 15)

$X_u = (1,0,0)$, $X_v = (0,1,0)$

$I(X) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ Die beiden Parametrisierungen haben die gleiche 1. Fundamentalform da $\sin^2(u)+\cos^2(u) = 1$. Beide sind 2×2 Einheitsmatrizen.