

Aufgabe 19.4 (7)

Til Peuß, Catharin Beyer, Anne Trösch

Gruppe 2 Abgabegruppe 4

$$X(u,v) := (\sin(u), \sin(u) \cdot \cos(u), v) \quad (u,v) \in (-0,1, \pi+0,1) \times (-1,1)$$

(i) z.z. $X(u,v)$ ist eine Immersion

Bew: $\text{rang } dX(u,v) = \text{rang} \begin{pmatrix} \cos(u) & 0 & 0 \\ \cos^2(u) + \sin(u) \cdot (-\sin(u)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$= \text{rang} \begin{pmatrix} \cos(u) & 0 & 0 \\ \cos(2u) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Sei $\vec{z} = \begin{pmatrix} \cos(u) \\ \cos(2u) \\ 0 \end{pmatrix}$ & $\vec{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\vec{z} \neq t \cdot \vec{k} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

\vec{z} und \vec{k} sind linear unabhängig.

$$\Rightarrow \text{rang } dX(u,v) = 2$$

$$\Rightarrow X(u,v) \text{ ist eine Immersion}$$

□

(ii) Ist $X(u,v)$ eine Einbettung?

Wäre $X(u,v)$ eine Einbettung, dann wäre $X(u,v)$ injektiv.

Gegenbeispiel:

$$X(0,0) = (0,0,0) \text{ und } X(\pi,0) = (0,0,0)$$

$$\Rightarrow \text{Der Kern ist nicht leer}$$

$$\Rightarrow X(u,v) \text{ ist nicht injektiv}$$

$$\Rightarrow X(u,v) \text{ ist keine Einbettung.}$$