

19.9. Übung 1 Gruppe 5

19.15

Ex 1: $X(u, v) = (u, v, 0)$, $(u, v) \in \mathbb{R}^2$
 $\tilde{X}(u, \varphi) = (\cos \varphi, \sin \varphi, 0)$, $(u, \varphi) \in [0, \infty) \times [0, 2\pi]$

$$I(X) = \begin{pmatrix} \langle X_u(u, v), X_u(u, v) \rangle & \langle X_u(u, v), X_v(u, v) \rangle \\ \langle X_v(u, v), X_u(u, v) \rangle & \langle X_v(u, v), X_v(u, v) \rangle \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \langle (1, 0, 0), (1, 0, 0) \rangle & \langle (1, 0, 0), (0, 1, 0) \rangle \\ \langle (0, 1, 0), (1, 0, 0) \rangle & \langle (0, 1, 0), (0, 1, 0) \rangle \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(I(X)) = 1$$

$$\text{Rang } dX(u, v) = \text{Rang} \begin{pmatrix} X_{1,u} & X_{1,v} \\ X_{2,u} & X_{2,v} \\ X_{3,u} & X_{3,v} \end{pmatrix} = \text{Rang} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 2$$

\Rightarrow ~~Param~~ X ist regulär

$$I(\vec{x}) = \left(\begin{array}{l} \langle (\cos \varphi, \sin \varphi, 0), (\cos \varphi, \sin \varphi, 0) \rangle, \langle (\cos \varphi, \sin \varphi, 0), (-r \sin \varphi, r \cos \varphi, 0) \rangle \\ \langle (-r \sin \varphi, r \cos \varphi, 0), (\cos \varphi, \sin \varphi, 0) \rangle, \langle (-r \sin \varphi, r \cos \varphi, 0), (-r \sin \varphi, r \cos \varphi, 0) \rangle \end{array} \right)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -r \sin \varphi \cos \varphi + r \sin \varphi \cos \varphi \\ 0 & r^2 \sin^2 \varphi + r^2 \cos^2 \varphi \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & r^2 \end{pmatrix}$$

$$\det(I(\vec{x})) = r^2$$

$$\text{Rang } \vec{x}(\varphi) = \text{Rang} \begin{pmatrix} \vec{x}_{1,\varphi} & \vec{x}_{1,\varphi} \\ \vec{x}_{2,\varphi} & \vec{x}_{2,\varphi} \\ \vec{x}_{3,\varphi} & \vec{x}_{3,\varphi} \end{pmatrix} = \text{Rang} \begin{pmatrix} \cos \varphi & -r \sin \varphi \\ \sin \varphi & r \cos \varphi \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \text{ für } r=0$$

keine
 $\Rightarrow \vec{x}$ lokal Parametrisierung