

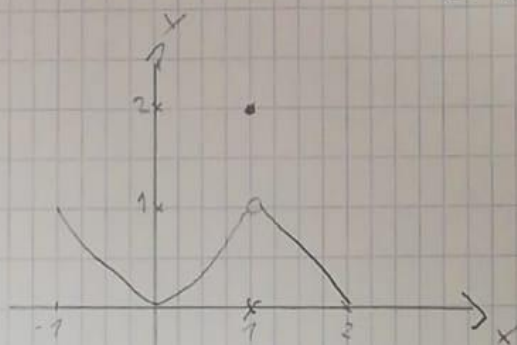
- 15 1 Einleitung Lebesguemeßbare Funktionen

### Aufgabe 5

$$f: [-1, 2] \Rightarrow \mathbb{R}$$

vermögl

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{falls } x \in [-1, 1) \\ 2 & \text{falls } x = 1 \\ 2-x & \text{falls } x \in (1, 2] \end{cases}$$



$f$  ist Lebesguemeßbar wenn  $\{x \in \Omega : f(x) > c\}$   
Lebesguemeßbar ist  $\forall c \in \mathbb{R}$

- a) Wähle  $c < 0 \Rightarrow \{x \in \Omega : f(x) > c\} = [-1, 2]$   
Ein abgeschlossenes Intervall ist Lebesguemeßbar
- b) Wähle  $0 \leq c < 1 \Rightarrow \{x \in \Omega : f(x) > c\} = [-1, \sqrt{c}) \cup [1, 2-c)$   
Halboffene Intervalle sind Lebesguemeßbar und die Vereinigung aus meßbaren Mengen ist wiederum meßbar
- c) Wähle  $1 \leq c < 2 \Rightarrow \{x \in \Omega : f(x) > c\} = \{1\}$   
Punktmengen sind Lebesguemeßbar
- d) Wähle  $c \geq 2 \Rightarrow \{x \in \Omega : f(x) > c\} = \emptyset$   
Die leere Menge ist Lebesguemeßbar